第6講　媒介変数で表示された曲線

6

［A］ $(x,\ y)=(\cos^3 t,\ \sin^3 t)$ $(0\leqq t<2\pi)$ で表される曲線を図示せよ.

［B］ $(x,\ y)=\left(\dfrac{3}{2}\cos t,\ \sin t+\dfrac{1}{3}\cos 2t\right)$ $(0\leqq t<2\pi)$ で表される曲線を図示せよ.

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　媒介変数で表示された曲線

6　$(x,\ y)=(e^{-t}\cos t,\ e^{-t}\sin t)$　$(0 \leqq t \leqq \pi)$ で表される曲線を図示せよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　媒介変数で表示された曲線

6

［A］ $(x,\ y)=(\cos^3 t,\ \sin^3 t)$ $(0\leqq t<2\pi)$ で表される曲線を図示せよ.

［B］ $(x,\ y)=\left(\dfrac{3}{2}\cos t,\ \sin t+\dfrac{1}{3}\cos 2t\right)$ $(0\leqq t<2\pi)$ で表される曲線を図示せよ.

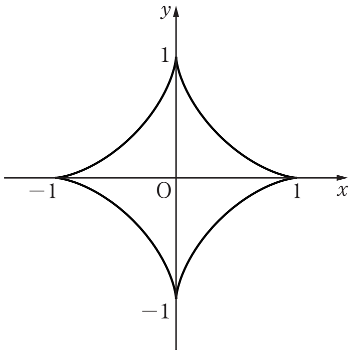
【答】 略

【解説】

［A］ $\left(\dfrac{dx}{dt},\ \dfrac{dy}{dt}\right)=(-3\sin t\cos^2 t,\ 3\sin^2 t\cos t)$ であることと $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=-\tan t$ より増減は

t	0	$\cdots$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\cdots$	π	$\cdots$	$\dfrac{3}{2}\pi$	$\cdots$	2π
x'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$\dfrac{dy}{dx}$	(0)	$-$	$-\infty/\infty$	$+$	0	$-$	$-\infty/\infty$	$+$	(0)
$(x,\ y)$	$(1,\ 0)$	↖	$(0,\ 1)$	↙	$(-1,\ 0)$	↘	$(0,\ -1)$	↗	$((1,\ 0))$

となるので，グラフは以下の通り.



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

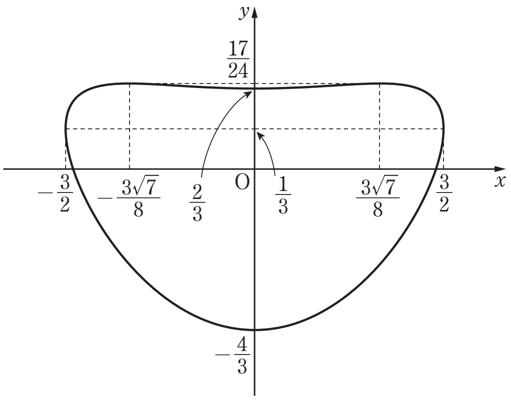
［B］ $\left(\dfrac{dx}{dt},\ \dfrac{dy}{dt}\right)=\left(-\dfrac{3}{2}\sin t,\ \dfrac{1}{3}\cos t(3-4\sin t)\right)$ であることと

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{2\cos t(4\sin t-3)}{9\sin t}$ より増減は

t	0	$\cdots$	α	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	β	$\cdots$	π	$\cdots$	$\frac{3}{2}\pi$	$\cdots$	2π
x'	(0)	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	(0)
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	
$(x,\ y)$	$\left(\frac{3}{2},\ \frac{1}{3}\right)$	$\nwarrow$	$\left(\frac{3\sqrt{7}}{8},\ \frac{17}{24}\right)$	$\swarrow$	$\left(0,\ \frac{2}{3}\right)$	$\nwarrow$	$\left(-\frac{3\sqrt{7}}{8},\ \frac{17}{24}\right)$	$\swarrow$	$\left(-\frac{3}{2},\ \frac{1}{3}\right)$	$\searrow$	$\left(0,\ -\frac{4}{3}\right)$	$\nearrow$	$\left(\left(\frac{3}{2},\ \frac{1}{3}\right)\right)$

となる．ただし，α，β を $\sin\alpha=\sin\beta=\dfrac{3}{4}$ かつ $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$ を満たす実数とする．

よってグラフは以下の通り．



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　媒介変数で表示された曲線

6　$(x,\ y)=(e^{-t}\cos t,\ e^{-t}\sin t)\quad (0\leqq t\leqq \pi)$ で表される曲線を図示せよ．

【答】 略

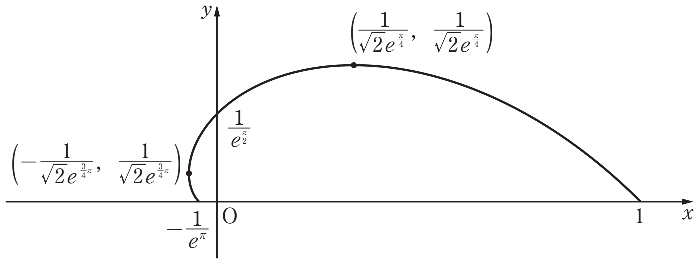
【解説】

$\left(\dfrac{dx}{dt},\ \dfrac{dy}{dt}\right)=\left(\sqrt{2}\,e^{-t}\sin\left(t+\dfrac{5}{4}\pi\right),\ \sqrt{2}\,e^{-t}\sin\left(t+\dfrac{3}{4}\pi\right)\right)$ であることと

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\dfrac{dy}{dt}}{\dfrac{dx}{dt}}=\dfrac{\sin t-\cos t}{\sin t+\cos t}$ より増減は

t	0	$\cdots$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\cdots$	$\dfrac{3}{4}\pi$	$\cdots$	π
x'		$-$	$-$	$-$	0	$+$	
y'		$+$	0	$-$	$-$	$-$	
$(x,\ y)$	$(1,\ 0)$	↖	$\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}\,e^{\frac{\pi}{4}}},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}\,e^{\frac{\pi}{4}}}\right)$	↙	$\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}\,e^{\frac{3}{4}\pi}},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}\,e^{\frac{3}{4}\pi}}\right)$	↘	$\left(-\dfrac{1}{e^{\pi}},\ 0\right)$

となるので，グラフは以下の通り．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。